

# APPLICATIONS DU PRODUIT SCALAIRE

## I. Équations de droites et de cercles

### 1. Droite définie par un point et un vecteur normal

- La droite  $d$  ayant pour vecteur normal le vecteur  $\vec{u}$  et passant par  $A$  est l'ensemble des points  $M$  tels que  $\overrightarrow{AM}$  soit orthogonal à  $\vec{u}$  c'est-à-dire, tels que  $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{u} = 0$ .
- Si on a  $\vec{u}(a; b)$  et  $A(x_A; y_A)$  Dans un repère orthonormal, alors  $M(x; y) \in d \Leftrightarrow a(x - x_A) + b(y - y_A) = 0$ . Ceci est l'équation de  $d$ .

### 2. Cercle

- Le cercle  $C$  de centre  $A$  et de rayon  $R$  est l'ensemble des points  $M$  vérifiant  $AM = R$ . De plus,  $AM = R \Leftrightarrow AM^2 = R^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AM}^2 = R^2$ .
- Si on a  $A(x_A; y_A)$  dans un repère orthonormal, alors  $M(x; y) \in C \Leftrightarrow (x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$ . Ceci est l'équation de  $C$ .

Remarque : L'équation précédente peut se mettre sous la forme :

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  mais toute équation de cette forme n'est pas nécessairement une équation de cercle.

## II. Relations métriques dans le triangle

Dans ce paragraphe,  $ABC$  est un triangle, on note  $a = BC$ ,  $b = AC$  et  $c = AB$ .

### 1. Relation fondamentale (Al Kashi)

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}.$$

### 2. Formule de la médiane

Notons  $I$  le milieu de  $[AB]$ . On a

$$CA^2 + CB^2 = 2CI^2 + \frac{1}{2}AB^2.$$

### III. Trigonométrie

#### 1. Formules de sommes

a.  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

b.  $\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$

c.  $\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

d.  $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

#### 2. Conséquences

a.  $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$

b.  $\sin 2a = 2 \cos a \sin a$

3.  $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$  et  $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$ .