

TRIGONOMÉTRIE

I. Angles orientés

1. Définition

Un couple de vecteurs définit un angle orienté dont la mesure (en radians) n'est définie qu'à $2k\pi$ près, k étant un nombre entier quelconque. L'angle défini par \vec{u} et \vec{v} se note (\vec{u}, \vec{v}) .

Remarque : Tout angle n'a qu'une mesure appartenant à l'intervalle $]-\pi ; \pi]$. Cette mesure est appelée mesure principale.

2. Propriétés :

a. Si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et de même sens, $(\vec{u}, \vec{v}) = 0 + 2k\pi$.

Si \vec{u} et \vec{v} sont colinéaires et de sens contraires, $(\vec{u}, \vec{v}) = \pi + 2k\pi$.

b. $(\vec{u}, \vec{v}) + (\vec{v}, \vec{w}) = (\vec{u}, \vec{w}) + 2k\pi$.

c. $(\vec{u}, \vec{v}) = -(\vec{v}, \vec{u}) + 2k\pi$.

d. $(\vec{u}, -\vec{v}) = (\vec{u}, \vec{v}) + \pi + 2k\pi$

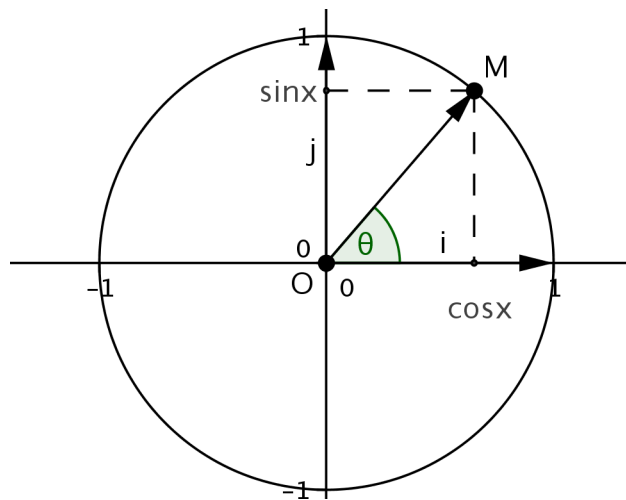
II. Cercle trigonométrique

1. Dans un repère orthonormal direct (O, \vec{i}, \vec{j}) , c'est-à-dire pour lequel $(\vec{i}, \vec{j}) = +\frac{\pi}{2}$, le cercle de centre O et de rayon 1 est appelé cercle trigonométrique.

2. Fonctions trigonométriques

Pour tout réel x , il existe un unique point M du cercle trigonométrique tel que $(\vec{i}, \overrightarrow{OM}) = x$. (si $x \in [0; 2\pi[$, x représente la longueur de l'arc compris entre le point de coordonnées $(1; 0)$ et le point M)

- Le cosinus du réel x , noté $\cos x$ est l'abscisse du point M précédemment défini.
- Le sinus du réel x , noté $\sin x$ est son ordonnée.
- La tangente est le quotient du sinus par le cosinus, $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$.



III. Formules trigonométriques

1. Valeurs remarquables des sinus et cosinus

- $\cos 0 = \sin \frac{\pi}{2} = 1$
- $\cos \frac{\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos \frac{\pi}{4} = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- $\cos \frac{\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$
- $\cos \frac{\pi}{2} = \sin 0 = 0$

2. Formules élémentaires

Pour tout angle x on a :

- $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

b. $\cos(-x) = \cos x$ et $\sin(-x) = -\sin x$.

c. $\cos(\pi-x) = -\cos x$ et $\sin(\pi-x) = \sin x$.

d. $\cos(\pi+x) = -\cos x$ et $\sin(\pi+x) = -\sin x$.

e. $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = \cos x$.

f. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = -\sin x$ et $\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right) = \cos x$.

IV. Équations $\sin a = \sin b$ et $\cos a = \cos b$

On a les équivalences suivantes :

1. $\sin a = \sin b \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 2k\pi \\ \text{ou} \\ a = \pi - b + 2k\pi \end{cases}$

$$2. \quad \cos a = \cos b \Leftrightarrow \begin{cases} a = b + 2k\pi \\ \text{ou} \\ a = -b + 2k\pi \end{cases}$$