D.S. n°9	Mathématiques	1$^{\text{ère}}$ S1
Durée : 2 h	***trigonométrie, produit scalaire***	*Jeudi 25 mai 2017*

<u>Exercice 1</u> (2 points)

Calculer les nombres A et B :

$$A = \cos\frac{3\pi}{4} + \cos\frac{5\pi}{4} + \cos\frac{7\pi}{4} + \cos\frac{9\pi}{4} + \cos\frac{11\pi}{4} .$$

$$B = \sin\frac{2\pi}{5} + \sin\frac{4\pi}{5} + \sin\frac{6\pi}{5} + \sin\frac{8\pi}{5} .$$

<u>Exercice 2</u> (2 points)

Dans cet exercice, on dispose de la donnée suivante : $\tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$.

1. Soit $x \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$. Démontrer que : $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{1}{\tan x}$.
2. En déduire que **:** $\tan\frac{5\pi}{12} = 2 + \sqrt{3}$ **.**

<u>Exercice 3</u> (3 points)

On donne l'équation ***(E)*** : $\boldsymbol{\sin(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)}$.

1. Mettre l'équation ***(E)*** sous la forme $\boldsymbol{\sin a = \sin b}$.
2. Résoudre l'équation ***(E)*** dans $\mathbb{R}$.
3. Donner les solutions de ***(E)*** appartenant à $\boldsymbol{]-\pi ; \pi]}$.

<u>Exercice 4</u> (4 points)

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 5$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = -8$. Calculer

1. $2\vec{u}\cdot(-5\vec{v})$
2. $\vec{v}\cdot(\vec{u} - 2\vec{v})$
3. $\|\vec{u} + \vec{v}\|$
4. $\cos(\vec{u}, \vec{v})$

<u>Exercice 5</u> (2 points)

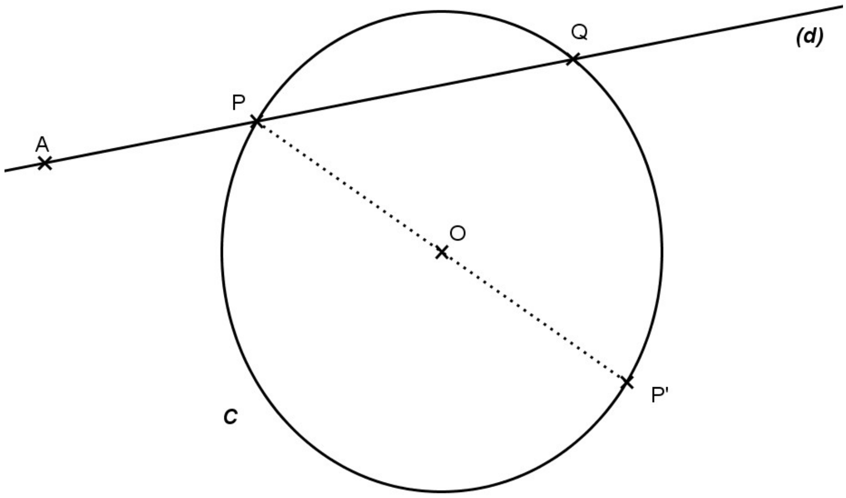
On se place dans un repère orthonormé. Déterminer pour quelle(s) valeur(s) de m les vecteurs $\vec{u}(m ; 2)$ et $\vec{v}(m-1 ; -6)$ sont orthogonaux.

Exercice 6 (3 points)

$(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ est un repère orthonormal du plan.

1. Donner l'équation du cercle $\mathcal{C}$ de diamètre $[AB]$ avec $A(1;1)$ et $B(5;3)$.
2. Déterminer une équation de la tangente en B au cercle $\mathcal{C}$.
3. Déterminer le centre et le rayon du cercle d'équation : $x^2+y^2-6x+4y-12=0$.

Exercice 7 (4 points)



$\mathcal{C}$ est un cercle de centre O, de rayon R et A est un point fixé du plan.

Le but du problème est d'établir la propriété suivante :

Quelle que soit la droite d passant par A, coupant le cercle $\mathcal{C}$ en deux points P et Q, le produit scalaire $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ est constant.

1. Soit P' le point diamétralement opposé à P. Montrer que :

   $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'}$ et $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AP'} = AO^2 - R^2$. (***Indication*** détérminer l'angle $\widehat{PQP'}$)
2. Conclure.