

TS spécialité

exo type bac

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Soit n un entier naturel non nul.

1. On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :  $a, b$  : entiers positifs
            $d, u$  et  $v$  : entiers
Lire  $a$ 
Lire  $b$ 
Lire  $d$ 
 $u$  prend la valeur 0
 $v$  prend la valeur 0
Tant que  $a \times u + b \times v \neq d$ 
    Si  $a \times u + b \times v < d$  alors
         $u$  prend la valeur  $u + 1$ 
    Sinon
         $v$  prend la valeur  $v - 1$ 
    Fin du Si
Fin du tant que
Afficher  $u$ 
Afficher  $v$ 
```

- a. Que se passe-t-il pour cet algorithme si d n'est pas un multiple de $PGCD(a; b)$?
Que fait cet algorithme ?
- b. On considère l'équation $(E) : 3x + 7y = 10^{2n}$ où x et y sont des entiers relatifs.
Déterminer un couple $(u; v)$ d'entiers relatifs tels que $3u + 7v = 1$.
(On pourra utiliser l'algorithme précédent)
En déduire une solution particulière $(x_0; y_0)$ de l'équation (E) .
- c. Déterminer l'ensemble des couples d'entiers relatifs solutions de (E) .
2. On considère l'équation notée (G) :

$$3x^2 + 7y^2 = 10^{2n} \text{ où } x \text{ et } y \text{ sont des entiers relatifs.}$$

a. Montrer que $100 \equiv 2(7)$.

Démontrer que si $(x; y)$ est solution de (G) alors $3x^2 \equiv 2^n(7)$.

b. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Reste de la division euclidienne de x par 7	1	2	3	4	5	6
Reste de la division euclidienne de $3x^2$ par 7						

c. Démontrer que 2^n est congru à 1, 2 ou 4 modulo 7.

En déduire que l'équation (G) n'admet pas de solution.